La matematica come gioco

Mimma Liber

In una conferenza il prof Giacomo Stella[1] individuava una delle debolezze strutturali della scuola italiana nella mancata coerenza delle più diffuse strategie scolastiche con i reali processi di apprendimento degli allievi; la prassi corrente, specie nelle scuole superiori, è quella della lezione frontale, seguita da esercitazioni e conclusa dalle prove di verifica. Una procedura che non tiene conto dei diversi stili cognitivi, delle spesso mancate motivazioni degli studenti, dello sforzo di comprendere informazioni e di sistemarle in sintesi coerenti e significative: l'insegnamento e l'apprendimento così spesso si appiattiscono, riducendo i contenuti disciplinari a frammenti di conoscenza da ritenere e memorizzare a scadenza medio-breve per superare le interrogazioni e i compiti in classe. Eppure i processi conoscitivi sono stati ampiamente esplorati dalla pedagogia più recente: essi dovrebbero far parte della cultura professionale degli insegnanti, che arricchirebbero così il proprio bagaglio di strategie didattiche nell'insegnamento dei saperi disciplinari.

Il CIDIS, esplorando queste tematiche, ha proposto ai docenti nel 2015 un corso di formazione dal titolo *Homo ludens*, con la scommessa di ritrovare nelle dinamiche del gioco le "mosse vincenti" di un apprendimento nello stesso tempo stimolante e significativo. Ne sono nate proposte accattivanti su più discipline, fra le quali italiano, storia, matematica e scienze: proposte che hanno messo in luce la struttura profonda dei saperi, proprio perchè si è cercato di fondare gli stimoli da proporre agli allievi sullo statuto epistemologico delle discipline affrontate.

Provo qui ad accennare a come ho interpretato l'*allievo ludens* in matematica.

Anzitutto, perchè il gioco come metafora? Lo stesso prof. Stella suggerisce come il gioco sia la più naturale forma di apprendimento nell'età infantile, quando si esplora il mondo *staccandosi* provvisoriamente dall'immediatezza del quotidiano per accedere ad una realtà *altra* in cui si costruiscono regole ad hoc per mettere in gioco immaginazione, fantasia, impegno e vincere le sfide. È quindi, il gioco, una provvisoria evasione in cui una *realtà sospesa* mette in atto molte dinamiche indispensabili per qualunque apprendimento: c'è una *posta* rispetto alla quale si

---

[1] **Giacomo Stella** Tutta un'altra scuola. Quella di oggi ha i giorni contati Giacomo Stella, Ordinario di Psicologia clinica, Università di Modena e Reggio Emilia. Seminario internazionale graffiti Tracce della scuola che verrà 24 e 25 febbraio 2017 - Bologna Sala della Biblioteca di San Domenico Piazza San Domenico, 13

attiva una sfida, ci sono *mosse strategiche* da affinare per vincere, ci sono *regole* da rispettare, pena la squalifica, c'è un *coinvolgimento emotivo* che sostiene lo sforzo, c'è la capacità di accettare le *incognite* e di superare le sconfitte… E non è poco!!

E come il gioco possa essere compatibile con un attività didattica in una scuola di ogni ordine e grado si giustifica pensando che i saperi disciplinari sono essi stessi i prodotti di processi di conoscenza che possono essere pensati come *giochi adulti*: giochi di una comunità scientifica che si è data come *posta* la soluzione di problemi, si è attrezzata di *regole e di strategie* per risolverli, ha inventato nuovi *linguaggi*, spesso allontanandosi dalla quotidianità, per accumulare conoscenze e competenze sempre più raffinate per affrontare aspetti più profondi del reale. Come ho detto prima, l'indagine della struttura epistemologica delle discipline ci porta a scoprirle come un preziosissimo prodotto dell'*homo ludens*, prezioso e gratificante. Gratificante, sì, a patto che lo si giochi!

Eppure, spesso la matematica risulta arida e difficile ad una gran parte degli studenti perché gli insegnanti presentano i risultati senza i processi, perché non accompagnano i ragazzi passo passo nelle dinamiche del gioco, perché non propongono loro di misurarsi con l'immaginazione, lo sforzo di ricerca, la curiosità di problemi intriganti ... perché la logica perversa del programma da svolgere fa sì che i docenti privilegino la quantità dei contenuti di apprendimento rispetto alla qualità di situazioni didattiche aperte in cui si attivino processi coinvolgenti e significativi.

Dunque, la matematica **è** un gioco, più precisamente: **una caccia al tesoro**

Il tavolo: la realtà … ma anche oltre

La scommessa: trovare <u>ordine</u> nel caos: scoprire le regolarità, le leggi, gli invarianti che sono nascosti nella stoffa dell'universo.

La posta in gioco: la mente si placa nell'ordine, perché l'ordine permette una maggiore comprensione e quindi un maggiore controllo del reale

I giocatori: i matematici nel tempo, gli allievi oggi

L'insegnante: allenatore, arbitro, giocoliere

Le regole: metodi di indagine

Le mosse: intuizione, immaginazione, controllo rigoroso della coerenza interna

E se non siete convinti, vi propongo di provare a giocare con me.

Qual è il numero che completa la sequenza:

13, 1113, 3113, 132.113, 1.113.122.113, …?

Questo problema potrebbe essere classificato come un gioco del tipo "scopri il trucco": non è facile perché nelle cifre 1, 2, 3, non c'è un ordine evidente; lo si trova se si legge ogni numero della sequenza come la "descrizione" delle cifre di cui è composto il precedente: es. 1113 si legge"un uno un tre", e così di seguito.

Ma se questo esempio è quasi un indovinello basato sull'ambiguità del linguaggio, la proposta successiva si presta a sviluppi sorprendenti.

Qual è il *trucco* che svela l'ordine della successione di Fibonacci? (figlio di Bonacci, in realtà Leonardo Pisano (1175-1250); introdusse il sistema decimale indo-arabo (sistema posizionale con lo zero). Scrisse il Liber Abaci, in cui introdusse il suo problema come puro esercizio mentale.)

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181,…

qui ogni numero è la somma dei due precedenti

Ma la natura ci aveva già pensato: la riproduzione dei conigli può nascondere lo stesso ordine!!

Supponiamo che una coppia di conigli sia troppo giovane per riprodursi, ma sia abbastanza matura per riprodursi dopo due mesi. Supponiamo poi che i conigli producano una nuova coppia ogni mese, a partire dal secondo

Se ogni coppia di conigli si riproduce nel modo descritto, quante coppie di conigli ci saranno all'inizio di ciascun mese?

1	1 non matura	= 1
2	1 matura	= 1
3	1 m+ 1 non m	= 2
4	1 m + 1 non m + 1 m	= 3
5	1 m + 1 non m +1m +1m + 1non m	= 5

Ed eccoci alla successione di Fibonacci!

Se poi la visualizziamo nel triangolo di Tartaglia, otteniamo la formula dei coefficienti binomiali di Newton, che permette il calcolo di (a+b)*n.

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

Questo triangolo numerico ha un fascino straordinario: venne studiato più di mille anni fa da indiani e cinesi e arrivò in Europa attraverso gli Arabi. Tartaglia fu il primo ad occuparsene, poi Pascal lo riprese in un'altra versione. Ogni numero, tranne il numero generatore (1 in alto), è la somma dei due numeri sovrastanti. Ai bordi si trova sempre 1. Nelle mani dei matematici questa costruzione curiosa è diventata il riferimento principale del calcolo combinatorio.

La grande trasferibilità di un *ordine* - decifrato ed espresso in un codice - è alla base della potenza descrittiva della matematica: vale la pena di farla scoprire a chi si accinge ad imparare la disciplina per aiutarlo a superare (non dico sostituire) l'addestramento noioso e spesso oscuro- cui rischia di ridursi lo sforzo di apprendimento- a favore della scoperta dell'abilità di riconoscere ed adoperare *i modelli*, cioè gli strumenti generali, e perciò più astratti, per decifrare situazioni particolari apparentemente diverse. Ed è proprio questa la struttura profonda del sapere matematico.

Anche l'approccio all'algebra diventa divertente con un gioco di *magia* matematica, in cui si chiede ad un gruppo di pensare un numero intero, di moltiplicarlo per 2, di aggiungere dieci al prodotto ottenuto, di dividere per due il totale e di sottrarre il numero iniziale a cui aveva pensato.

Alla fine, alla domanda: che numero è risultato? Tutti risponderanno cinque. Come mai?

Proviamo a formalizzare in linguaggio matematico le *mosse del gioco*.

N sarà il simbolo usato per indicare un numero qualunque, quello che liberamente ciascuno avrà pensato, dunque:

- Numero N
- Il suo doppio: 2N
- Aggiungo 10: 2N + 10
- Divido per 2 e sottraggo N: N+5 – N = 5

L’algebra semplifica la vita!!!

Ma anche la geometria ha il suo fascino: si pensi alla *sezione aurea, che è la misura della bellezza nell’arte e nella natura.*

In tutti questi esempi, il passaggio all’astrazione del modello avviene gradualmente, dopo che uno stimolo che susciti curiosità ha portato all’esplorazione del problema, e l’accesso al linguaggio formale risulta vincente.

Spesso la difficoltà maggiore per gli allievi consiste proprio nell’accesso alla formalizzazione: se il problema posto non è già matematizzato essi dovranno tentare di trovare lo schema astratto che lo contiene; per esempio chiedere in quanti modi si può costruire un rettangolo con una cordicella di lunghezza fissa,

modificandola con le dita, in modo che i lati abbiano lunghezza intera, equivale, in matematica, a chiedersi in quanti modi si può ottenere per somma un numero dato N; la traduzione dal linguaggio naturale a quello formale non è scontata!!

Se poi si passa ai numeri razionali, si scatena una serie di domande che introducono i concetti di finito/infinito; discontinuo/continuo, affondando in uno dei campi più affascinanti della matematica

Smetto ora di addentrarmi in un campo che probabilmente non è quello dei miei ipotetici lettori: credo che le poche note di commento che hanno accompagnato le mie riflessioni sull’insegnamento della matematica siano trasferibili ad altre discipline, fatte salve le loro specificità, nella misura in cui insistono sulla proposta di aprire spazi di apprendimento coinvolgenti quanto quelli che ognuno di noi fa, o ha fatto, quando si mette in gioco fino in fondo. Come e quando queste situazioni laboratoriali possano essere complementari ad una attività didattica più trasmissiva è un tema che meriterebbe ulteriori approfondimenti.